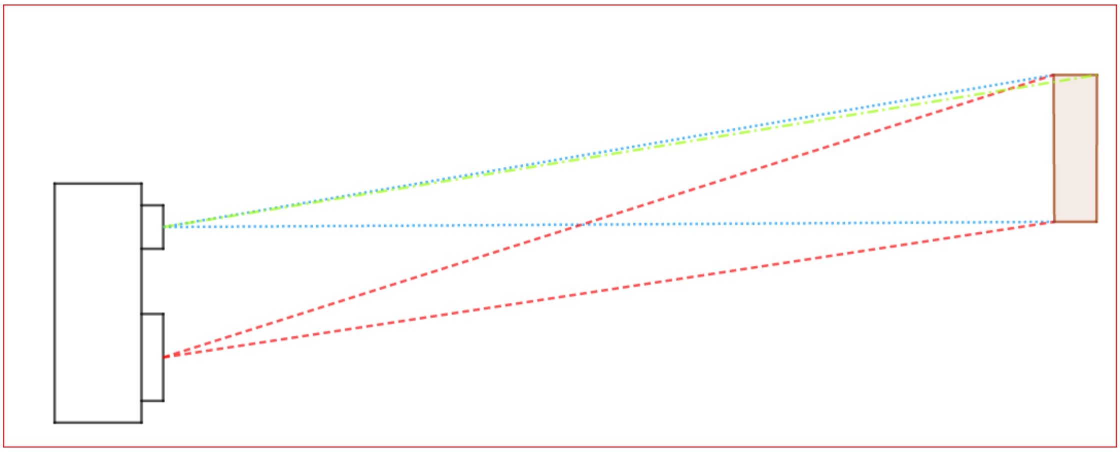
Parallaxes

Alain Brémond (Novembre 2019)

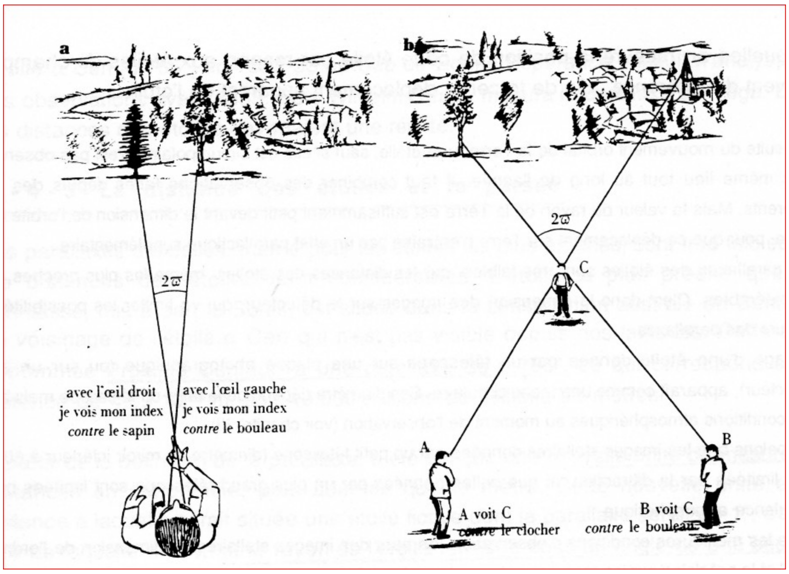
Introduction : les différents types de parallaxes

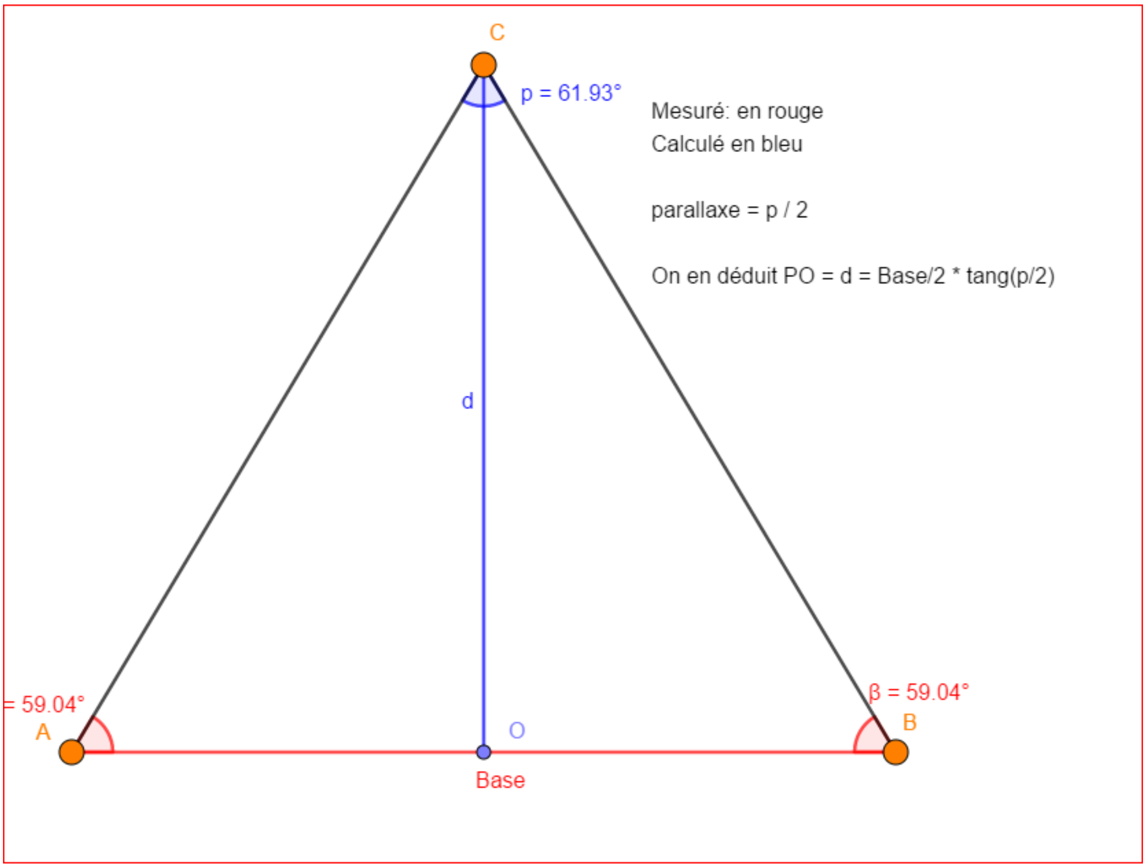
-Photographie



1 – les deux yeux pour l'appréciation des distances

2 -Parallaxe en géodésie : la triangulation :

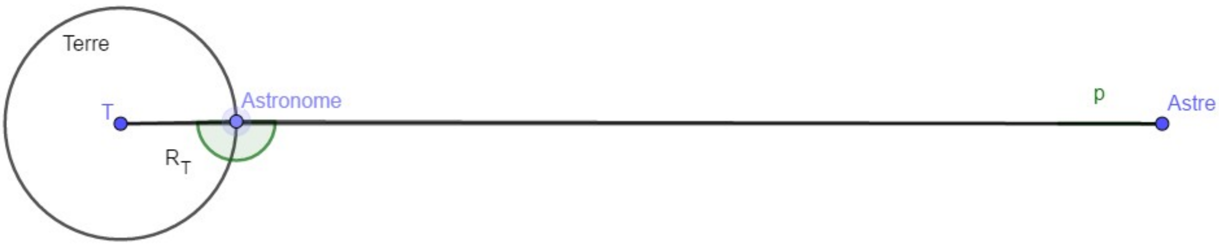




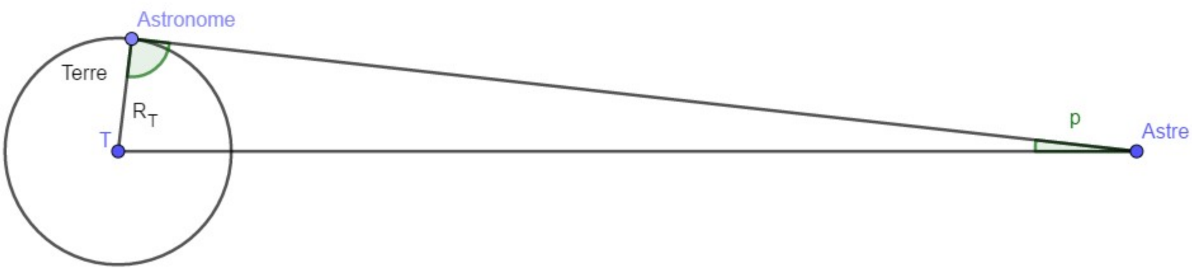
2- En astronomie

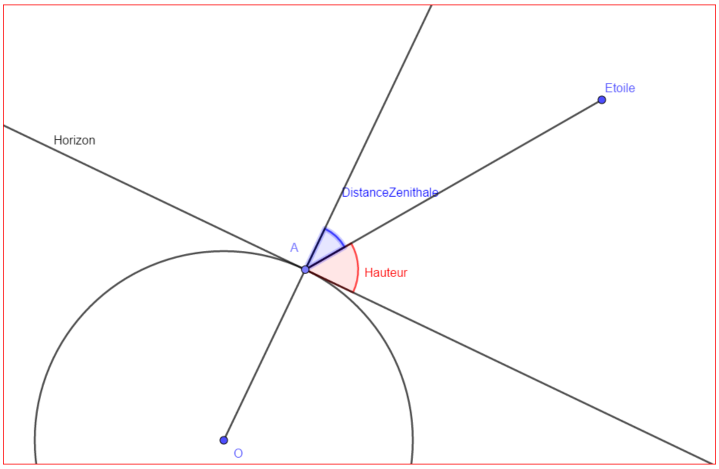
1- Parallaxe horizontale
Soit un point quelconque sur Terre et à un moment quelconque :

Si l'astre est au zénith, l'angle p est nul.



Si l'astre est sur l'horizon, l'angle p est la parallaxe.
La distance du centre de la Terre à l'astre est D = R_T / tan(p). Si p est petit on peut simplifier D =R_T /p avec p en radian.

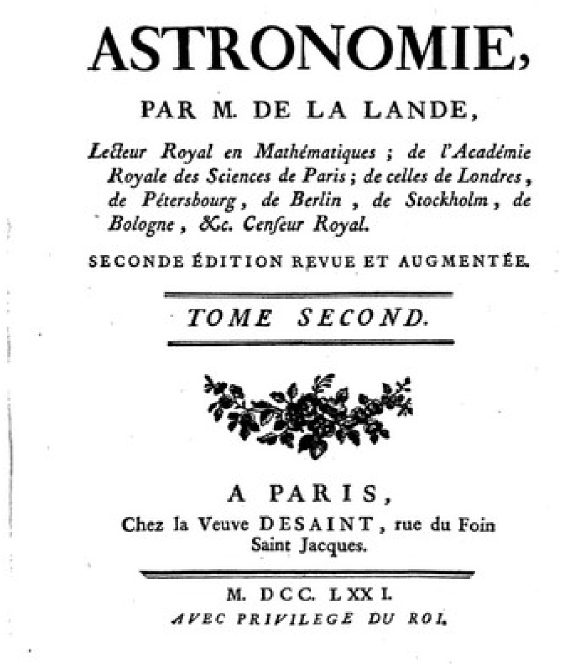




Rappel : hauteur et distance zénithale d'un astre

3 Un exemple historique

3.1 La mesure de la parallaxe de la Lune par Delambre et Lacaille.


ASTRONOMIE,

PAR M. DE LA LANDE,

Lecteur Royal en Mathématiques ; de l'Académie Royale des Sciences de Paris ; de celles de Londres, de Pétersbourg, de Berlin, de Stockholm, de Bologne, &c. Censeur Royal.

SECONDE ÉDITION REVUE ET AUGMENTÉE.

TOME SECOND.

A PARIS,

Chez la Veuve DESAINT, rue du Foin Saint Jacques.

M. DCC. LXX I.

AVEC PRIVILEGE DU ROI.

Lorsque la base est large, ce n'est plus un segment de droite mais un arc. Il faut alors tenir compte du rayon de la Terre.
Soient deux points A et B de la Terre situés de part et d'autre de l'équateur, à la même longitude.
Les latitudes de A et de B sont respectivement L_A et L_B.
Soit C la planète.
Au **passage au méridien** deux observateurs , respectivement en A et B, mesurent **au même instant** les **hauteurs zénithales** z_A et z_B.
Soit p_A et p_B les angles de sommet C (l'astre) au centre de la Terre T et à l'observateur. Comme ils sont très petits, leur valeur en radian est égale à celle de leur sinus.

Angle en degrés	Angle en radians	Tan(angle en radians)	Sinus(angle en radians)
0	0	0	0
1	0,01745327777778	0,017455050181561	0,017452391697363
2	0,03490655555556	0,034920739971462	0,034899467236131
3	0,05235983333333	0,052407734935073	0,052335912077058
4	0,06981311111111	0,069926752686506	0,069756414919108
5	0,08726638888889	0,087488589250895	0,087155669317322
6	0,10471966666667	0,105104145835553	0,104528375299215
7	0,12217294444445	0,122784456151972	0,121869240979189
8	0,13962622222222	0,140540714435604	0,139172984170498
9	0,1570795	0,158384304316701	0,156434333994245

On peut donc écrire (démontré par Lalande et Lacaille en 1751) que :

$p = p_B/\sin(z_B) + p_A/\sin(z_A) = p_A + p_B /\sin(z_A) + \sin(z_B)$

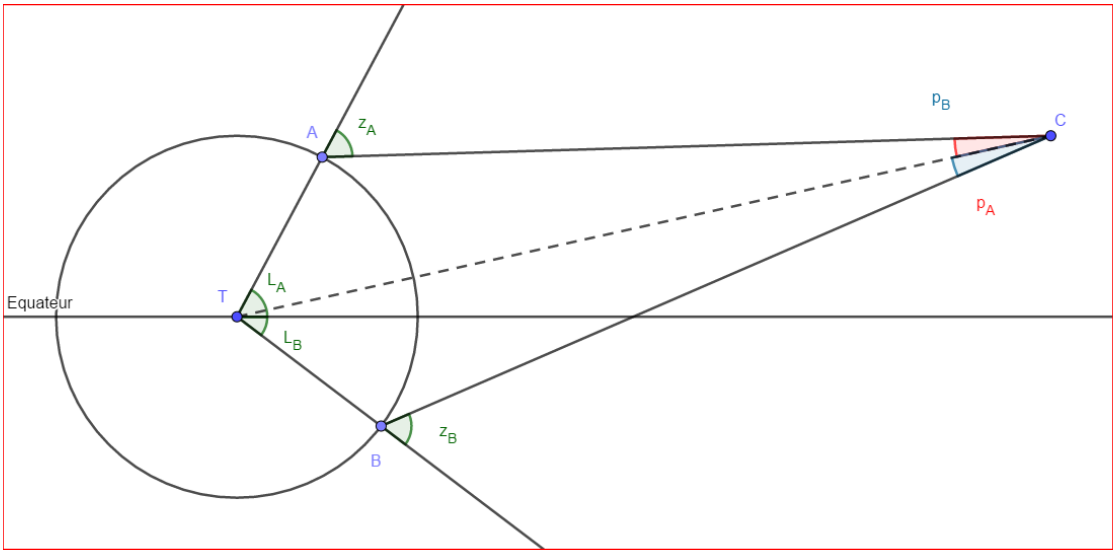
avec $p = p_A + p_B$

La valeur de p est facile à calculer : dans TACB la somme des angles vaut 360°,

$L_A + L_B + (180 – Z_A) + (180 – Z_B) + p = 360$

$L_A + L_B – Z_A – Z_B + p = 0$ d'où $\mathbf{p = Z_A + Z_B - L_A – L_B}$
Mais ce n'est pas le double de la parallaxe (voir parallaxe horizontale).

et donc : $p = Z_A + Z_B - L_A + L_B / \sin(z_A) + \sin(z_B)$. Une des latitudes est négative.



Simplifions en considérant que la Terre est une sphère parfaite ;on aurait donc $T_A = T_B = r$ (rayon de la Terre). Mais ces longueurs variant avec la latitude il faut les corriger.

on a :

$\sin(p) = r [\sin(z_A) + \sin(z_B)]/ TC$

et TC = r [(sin(z_A) + sin(z_B)] / sin(p)

La distance Terre-Lune est donc mesurée par Lalande et Lacaille, l'un à Berlin, l'autre au Cap.
P = 57' 26'' et avec r = 1 430 lieues (5574,14 km), la distance de la Lune est de 86 000 lieues avec une incertitude de 50 lieues. (194,9 km), soit 335 228 km (Aujourd'hui, entre 365 410 et 405 500 km)

Conditions :
- les astronomes doivent observer sur le même méridien
- les astronomes doivent faire leurs mesures au même instant t
- l'astre ne doit pas être trop éloigné (pas une étoile)

Note : ce serait plus facile si A et B se situaient dans une position diamétralement opposée et sur le même méridien.

En pratique, la petitesse de l'angle a rendu sa mesure impossible pendant des siècles.

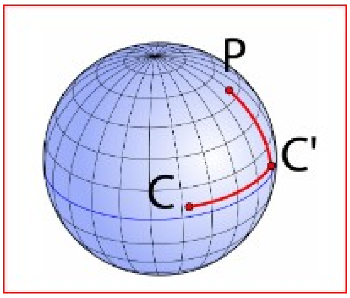
3-2 La parallaxe de Mars

En théorie si les observateurs sont sur le même méridien la mesure de la parallaxe serait déduite des latitudes et des hauteurs de Mars aux deux lieux d'observation comme précédemment.

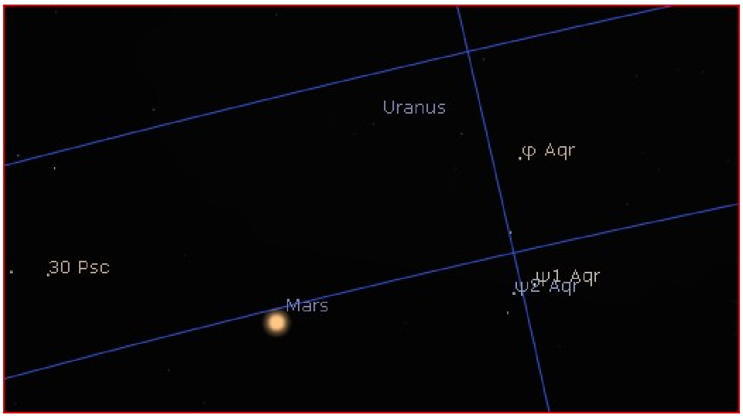
En pratique , pour Cassini à Paris et Richer à Cayenne en 1672,c'est plus compliqué.

1- Il faut connaître les latitudes de Cayenne et de Paris : assez facile
2- Il faut connaître l'éventuelle différence de longitude. Ils utiliseront trois méthodes :
- Eclipse de Lune
- Conjonction de Io et de Jupiter
- Hauteurs méridiennes du Soleil

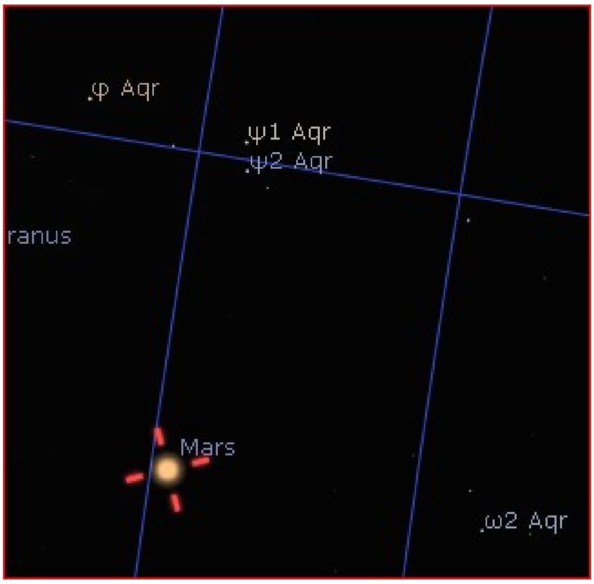
Ils retiennent une différence de 3h 42m.
Mais, pendant ce temps Mars s'est déplacée. Par interpolation entre deux mesures de la position de Mars à 24 heures d'intervalle, ils ramèneront la position de Mars vue de Cayenne à la longitude de Paris.



3- la mesure de la hauteur méridienne de Mars est fortement perturbée par la réfraction car leur hauteur est assez faible. Pour éviter ce problème ils vont mesurer la distance angulaire de Mars à une étoile proche : ce sera Ψ1 Aquarii (photos).

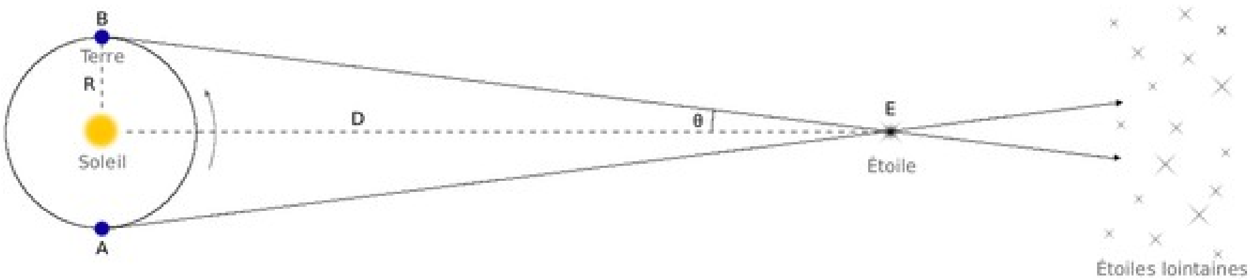


Le ciel à Paris le 5 septembre 1672 (Stellarium)

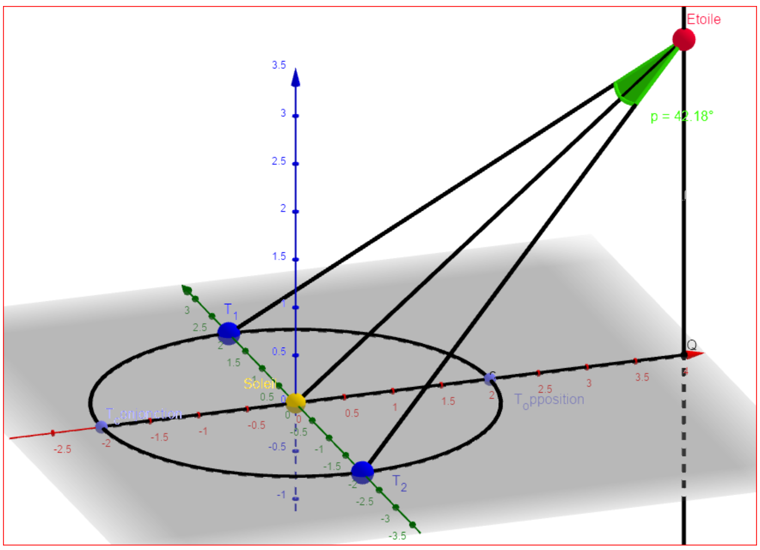


Le ciel à Cayenne le 5 septembre 1672.

3.3 La parallaxe annuelle



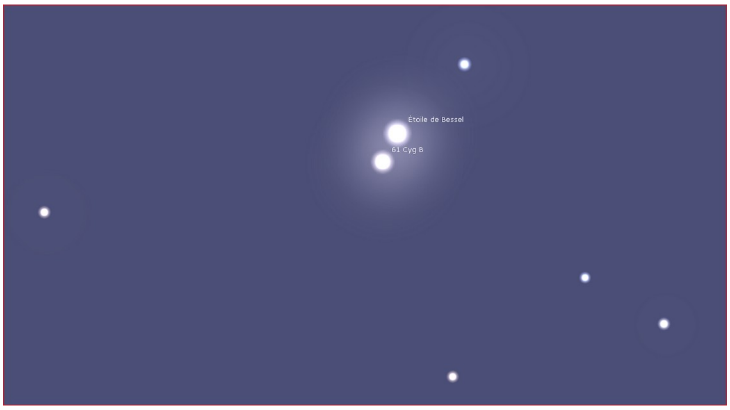
On mesure sur le ciel la distance angulaire entre les étoiles du fond du ciel qui est le double de la parallaxe. Connaissant le rayon de la Terre, on en déduit la distance de l'étoile E . Facile !!! En pratique l'angle est si petit que les instruments n'ont pas la précision nécessaire.



La parallaxe stellaire : une parallaxe annuelle

Bessel (décembre 1838)

1- D’abord, trouver une étoile proche ; mais comment le savoir sans disposer de sa parallaxe ! Il estima après réflexion qu’une étoile qui a un grand mouvement propre sur le fond du ciel devait être aussi plus proche que les autres. Or Piazzi avait montré que dans l’hémisphère nord,61 Cygni avait un mouvement propre assez grand : *the flying star*, 30 minutes en 150 ans..
Mesure : 0,314 ‘’ distance 660 000 UA.



Bessel utilise les deux étoiles situées à 90° comme étoiles-repères. Il fait jusqu’à 16 mesures de position en une seule nuit. Il en obtient des centaines qu’il faut recommencer six mois plus tard. Problème : tous les intervalles de six mois ne sont pas «bons» pour les mesures. Il faut les centrer sur une AD commune à la Terre et à l’étoile.

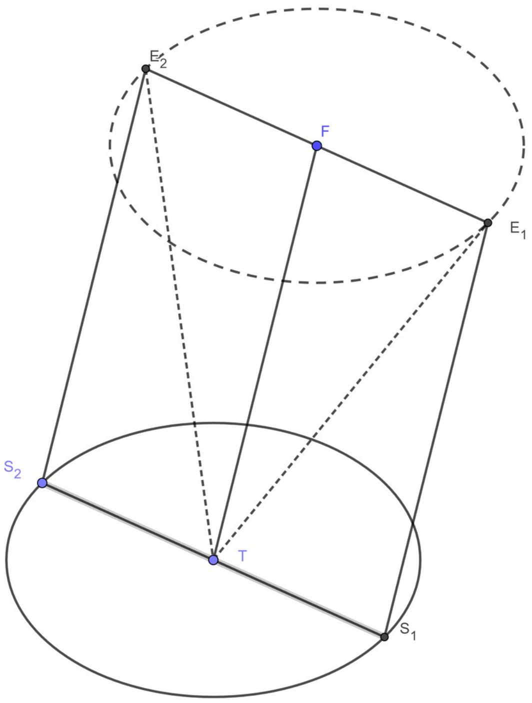
Comment mesurer la parallaxe annuelle de 61 Cygni ? L’ellipse parallactique.

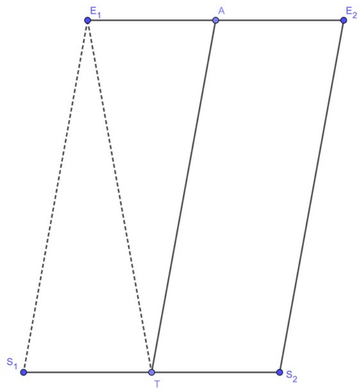
La direction Soleil – étoile est fixe (au temps t)
Depuis une position sur la Terre, le Soleil semble décrire une ellipse.
De la même façon, l’étoile semble décrire sur le fond du ciel une ellipse identique.

L’angle S2 E2 T est la parallaxe p. Il est égal à l’angle E2-T-A qui sera mesuré sur le ciel.

La distance d est donnée par :

d = R / Tan(p)





En pratique on prend des photographies du ciel à haute résolution de nombreuses fois en une année. On mesure la position de l'étoile par rapport aux étoiles du champ (plus lointaines) et on trace le déplacement apparent de l'étoile.
Problèmes :
- étoile non circumpolaire
- réfraction atmosphérique
- Diffraction et taille de l'image sur les photographies

Avec cette méthode, on peut mesurer des parallaxes supérieures à 0,05''. Les satellites (Hipparcos, Gaia permettent de faire mieux : 0,001'' pour Hipparcos et 0,000001'' pour Gaia contre 0,3'' pour Bessel.).